

1 基本的な計算問題です。

(1) 計算の順序が正しく行えるかを見る問題です。答えは $\frac{4}{5}$ です。

(2) 逆算の問題です。答えは $1\frac{2}{5}$ です。

2 小問集合です。

(1) 周期算 (2) 差集め算・つるかめ算 (3) 食塩水の濃度 (4) 図形(線分の比) の問題です。

各問いの答えは、(1) 449 (2) 14脚 (3) 9% (4) 17:8 です。

3 [I] 点の移動の問題です。

(1) 長方形の縦、横の長さをそれぞれ(縦)、(横)とし、点Pと点Qが1回目に出会う点をEとします。

1回目に点Pと点Qが出会うまでに点Pが進んだ距離は1回目に2点が出会ってから、2回目に2点が出会うまでに点Pが進んだ距離は等しいことに注意すると、 $(縦) + (横) + 36 = ED + (横) + (縦) + 20$

よって、 $ED = 16 \text{ cm}$ なので、 $CD = 36 + 16 = 52 \text{ cm}$

横の長さは縦の長さより 22 cm 長いので、 $52 + 22 = 74 \text{ cm}$ です。

(2) 長方形の周りの長さは $(52 + 74) \times 2 = 252 \text{ cm}$ です。

また、点Pは点Qと出会うまでに、毎回 $52 + 74 + 36 = 162 \text{ cm}$,

点Qは点Pと出会うまでに、毎回 $74 + 16 = 90 \text{ cm}$ 動くことが分かります。

ここで、252 と 162 の最小公倍数を求めると、2268となるので、

点Pは点Qと初めて点Aで出会うのは、 $2268 \div 252 = 9$ 周したときです。

3 [II] 場合の数の問題です。

(1) 点Sから点Gまで進むとき、右図の点A, B, Cのいずれかを必ず通ることになります。

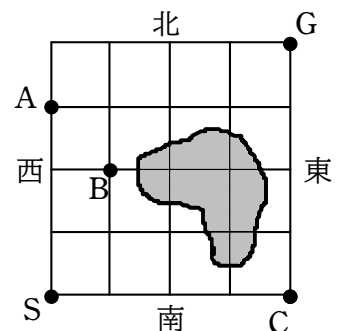
点Aを通過して点Gに行く方法は5通りあります。

点Bを通過して点Gに行く方法は $3 \times 4 = 12$ 通りあります。

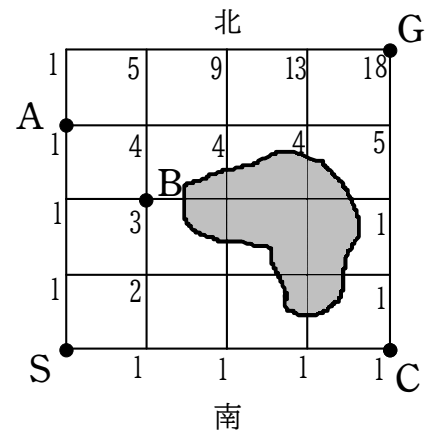
点Cを通過して点Gに行く方法は1通りあります。

点A, B, Cのうち2点を通過して点Gに行く方法はないので、

$5 + 12 + 1 = 18$ 通りが答えになります。



右の図のように書き込み法を用いて解くこともできます。



(2) ① A町からB町を通って、C町に行く方法は $3 \times 2 = 6$ 通りあります。

A町からB町を通らずに、C町に行く方法は1通りあります。

よって、A町からC町に行く方法は $6 + 1 = 7$ 通りとなります。

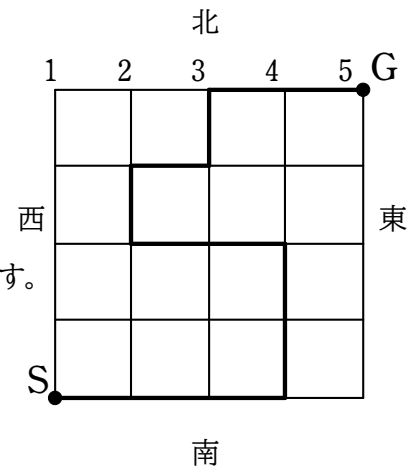
② 南北に伸びる道を西側から道1, 2, 3, 4, 5とします。

また、北に進む回数ほどの経路も4回となることに注意して、そのそれぞれにおいてどの道を通ったかを記録することを考えます。

例えば、問題の例の場合、4423です。

ここで与えられた条件のもとでは、求める経路の数と1111~5555までの

1から5を用いた文字列の総数は等しいので、 $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ 通りになります。



4 規則性の問題です。

(1) 第7行第1列の数は、 $21 + 10 + 12 = 43$ であるので、第7行第8列の数は、 $43 + 7 = 50$ です。

よって、第4行第8列の数は、 $50 + 3 = 53$ です。

(2) $2025 = 45^2$ であるので、2025は第45行第45列の数です。

したがって、求める数は第46行第46列の数なので、第46行第46列の数が、 $46^2 = 2116$ であることに注意すると、求める数は2115です。

(3) 図2の第2行の数は $1 \times 1 + 1$ から 2×2 であり、第4行の数は $3 \times 3 + 1$ から 4×4 であり、

第6行の数は $5 \times 5 + 1$ から 6×6 であることが分かります。

また、図3の第1行の数は左から順に以下のように書くことができます。

1, 1×2 , 2×3 , 3×4 , 4×5 , 5×6 , . . .

ここで例えば、図3の枠の中にある $12 = 3 \times 4$ について、

$3 \times 3 < 3 \times 4 < 4 \times 4$ が成り立つので、 3×4 は図2の枠の中にもあることが分かります。

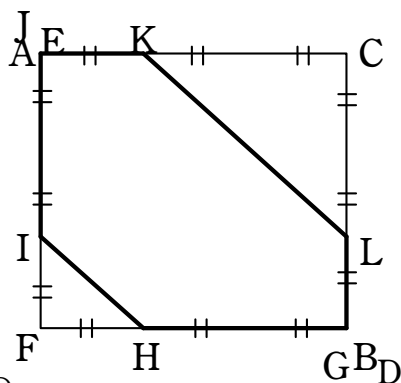
同じように考えると、図3の第1行の偶数列の数は図2の枠の中にも含まれることが分かります。

(2)より、2025は第45行第45列なので、求める数は $44 \div 2 = 22$ 個です。

5 立体図形の体積の問題です。

(1) 点Gを通り、平面DEFに平行な平面と直線BF, AF, AE, CE, CDが交わる点をそれぞれH, I, J, K, Lとおくと、この立体を真上から見たとき、右の図のようになります。したがって、切り口の形は六角形です。

また、その面積は $6 \times 6 - 2 \times 2 \div 2 - 4 \times 4 \div 2 = 26 \text{cm}^2$ です。



(2) (1)の結果をふまえ、右下の図のように点に名前をつけます。すると求める立体②の体積は直方体DFEO-GMJNの体積から三角すいF-MIHの体積と立体LNK-DOEの体積を引いたものになります。それぞれの体積を求めると、

直方体DFEO-GMJNの体積

$$6 \times 6 \times 2 = 72 \text{cm}^3$$

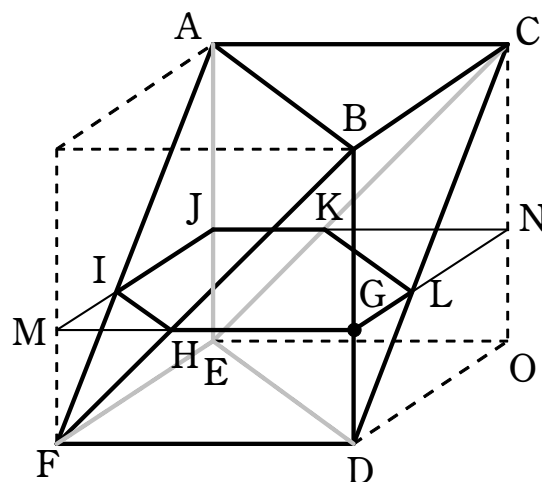
三角すいF-MIHの体積

$$(2 \times 2 \div 2) \times 2 \div 3 = 1 \frac{1}{3} \text{cm}^3$$

立体LNK-DOEの体積

$$(6 \times 6 \div 2) \times 6 \div 3 - (4 \times 4 \div 2) \times 4 \div 3 = 25 \frac{1}{3} \text{cm}^3 \text{となるので、}$$

立体②の体積は、 $72 - 1 \frac{1}{3} - 25 \frac{1}{3} = 45 \frac{1}{3} \text{cm}^3$ です。



(3) 求める立体の体積は、立体②から右の図のような5点E, F, D, G, Lによってできる立体を除いたものであり、5点によってできる立体は、三角すいE-DGLと三角すいG-EFDの和で求めることができます。

三角すいE-DGLの体積

$$(2 \times 2 \div 2) \times 6 \div 3 = 4 \text{cm}^3$$

三角すいG-EFDの体積

$$(6 \times 6 \div 2) \times 2 \div 3 = 12 \text{cm}^3 \text{となるので、}$$

5点を通る立体の体積は $4 + 12 = 16 \text{cm}^3$ です。

したがって、求める立体の体積は、 $45 \frac{1}{3} - 16 = 29 \frac{1}{3} \text{cm}^3$ です。

